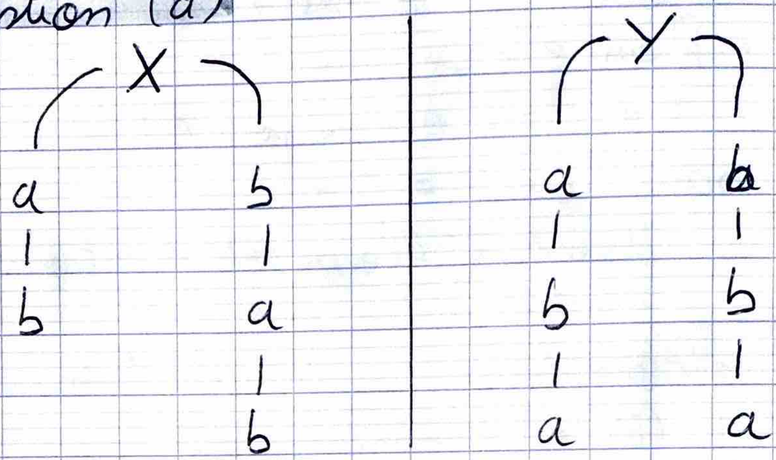
Théorie du langage
Correction du TD n°1

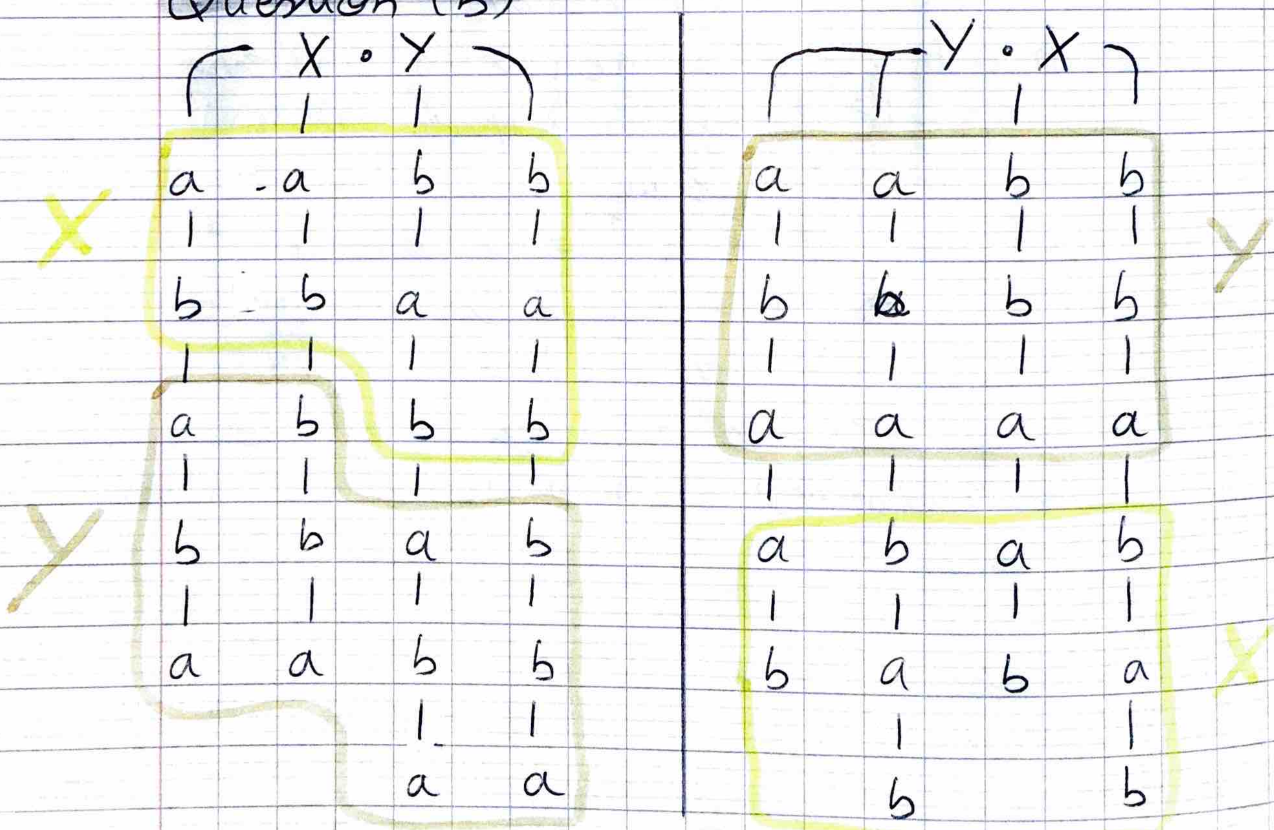
Exercice 1

On considère
- $X = \{ab, bab\}$
- $Y = \{aba, bba\}$

Question (a)



Question (b)



Exercice 2

On considère $L = \{aaba, ab\}$

Question (a)

$Prefixe(L) = \{\varepsilon, a, aa, aab, aaba, ab\}$

Question (b)

$Suffixe(L) = \{\varepsilon, a, aa, aab, aaba, ab\}$

Question (c)

$Facteur(L) = Prefixe(L) \cup Suffixe(L)$

Question (d)

$L^2 = \{aabaaaba, aabaab, abaaba, abab\}$

Exercice 3

Question (a)

$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| < 4, \ |w|_b \leq 1\}$

Les mots de longueur inférieur à 4 et qui contient au plus 1 b.

Question (b)

$L_2 = \{w \in \Sigma^*, \ i = |w|, \ w(i) = a, \ |w| \leq 3\}$

Les mots d'au plus trois lettres se terminant par la lettre a.

Question (c)

$L_3 = \{w \in \Sigma^*, \ |w|_a \% 2 = 0, \ |w|_b \% 2 = 0, \ |w| \leq 4\}$

Les mots d'au plus 4 lettres qui ont un nombre pair de a et de b.

Exercice 4

Question (a)

L_1 des mots commençant par ab.

$\{w \in \Sigma^* \mid w(1) = a \text{ et } w(2) = b\}$

Question (b)

L_2 des mots de longueur paire.

$\{w \in \Sigma^* \mid |w| \bmod 2 = 0\}$

Question (c)

L_3 des mots de longueur strictement supérieure à 2.

$\{w \in \Sigma^* \mid |w| > 2\}$

Question (d)

L_4 des mots contenant au plus 1 b.

$\{w \in \Sigma^* \mid |w|_b \leq 1\}$

Exercice 5

Question (a)

* 0 ou plusieurs fois

\+ au moins 1 fois

$L_1 = \{a\}^+ + \{a\}^*\{b\}\{a\}^*$

$= \{a, a\ldots a, b, a\ldots aba\ldots a\}$

$= \{w \in \Sigma^* \mid |w|_b \leq 1\}$

Question (b)

$L_2 = \{b\}\{a\}^+\{b\}\{a\}^+$

$= \{baba, ba\ldots aba\ldots a\}$

$= \{w \in \Sigma^* \mid bubv,\ u, v \in \{a\}^+\}$

Question (c)

$L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$

$= \{w \in \Sigma^* \mid |w| = 2\}$

$= \Sigma^2$

Question (d)

$$L_4 = \{a\}^* + \{b\}^*$$
$$= (a+b)^*$$
$$= \Sigma^*$$

Question (e)

$$L_5 = \{a\}^*\{b\}^*$$
$$= (ab)^*$$
$$= \Sigma^*$$

Exercice 6

Question (a)

Montrons que $(X+Y)\cdot Z = X\cdot Z + Y\cdot Z$

$$(X+Y)\cdot Z$$
$$(x_1 \dots x_k\, y_1 \dots y_i)(z_1 \dots z_j)$$
$$\underbrace{\underbrace{(x_1 z \dots x_k z}_{X\cdot Z}\ \underbrace{y_1 z \dots y_i z)}_{Y\cdot Z}}_{X\cdot Z + Y\cdot Z}$$

Question (b)