



6 Simplification d'une fraction complexe

Simplifier

Simplifier une fraction complexe consiste à déterminer la **forme algébrique** d'un nombre complexe, c'est-à-dire l'exprimer sous la forme $a + ib$.

Simplifier la fraction complexe suivante :

$$z = \frac{5 - i}{5 + 2i}$$

» Déterminer le numérateur et le dénominateur

Pour commencer, on peut déterminer qui est le numérateur et qui est le dénominateur que l'on notera par leur initiale N et D respectivement.

On pose :

- $N = 5 - i$; le numérateur
- $D = 5 + 2i$; le dénominateur

» Calculer le module du dénominateur

On va ensuite déterminer le module du dénominateur D c'est à dire :

$$|D| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

» Choisir quelle méthode vous utilisez

$$z = \frac{N\overline{D}}{D\overline{D}} = \frac{N\overline{D}}{|D|^2}$$

» Déterminer la forme algébrique

$$\begin{aligned} z &= \frac{5 - i}{5 + 2i} \\ &= \frac{(5 - i)(5 - 2i)}{29} \\ &= \frac{25 - 10i - 5i + 2i^2}{29} \\ &= \frac{23 - 15i}{29} \\ &= \boxed{\frac{23}{29} - \frac{15}{29}i} \end{aligned}$$

Méthode

Simplifier une fraction complexe

Vous choisissez l'une des formules suivantes, les deux sont équivalentes.

$$\frac{N\overline{D}}{D\overline{D}} \quad \text{ou} \quad \frac{N\overline{D}}{|D|^2}$$