ÉQUATIONS TRIGO

les indispensables fiches méthodes

4 Résoudre une équation de niveau 1

Méthode

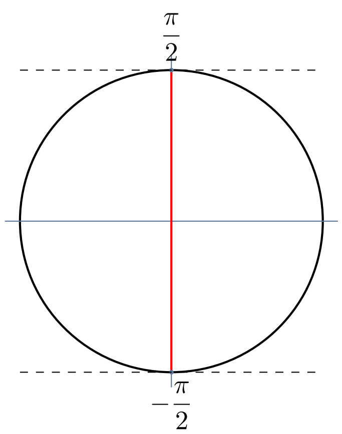
Résoudre une équation trigonométrique de niveau 1

1. Récupérer la mesure de la forme $mesure = valeur \quad (radiants)$.
2. Utiliser le **cercle trigonométrique** pour déterminer le ou les angles qui ont la mesure récupérée.
3. Pour tout angle trouvé on note S l'ensemble des solutions qui représente l'union de tous les angles trouvés notés : $\{\alpha + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Remarque

Si aucun angle est trouvé alors $S = \emptyset$, l'ensemble vide.

Résoudre l'équation $\cos x = 0$



D'après la consigne, on cherche à résoudre $\cos x = 0$, alors on va utiliser le cercle trigonométrique pour nous aider à déterminer tous les angles qui ont un cosinus nul.
D'après le cercle trigonométrique, les angles qui ont un cosinus nul sont donnés par :

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ainsi on obtient l'ensemble de solutions suivant :

$$\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}\right\}}$$

5 Résoudre une équation trigonométrique de niveau 2

Méthode

Résoudre une équation trigonométrique de niveau 1

1 Vérifier si l'équation respecte une des formes suivantes :

$$\sin X = \sin Y \qquad \cos X = \cos Y \qquad \tan X = \tan Y$$

2 Résoudre selon le cas donné :

- Pour une équation de la forme $\boxed{\cos X = \cos Y}$:

$$X = Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \qquad ou \qquad X = -Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

- Pour une équation de la forme $\boxed{\sin X = \sin Y}$:

$$X = Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \qquad ou \qquad X = \pi - Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

- Pour une équation de la forme $\boxed{\tan X = \tan Y}$:

$$X = Y + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Résoudre l'équation $\cos 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

D'après l'énoncé, on se trouve dans le cas suivant :
Forme $\boxed{\cos X = \cos Y}$:

$$X = Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \qquad ou \qquad X = -Y + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

On peut déterminer qui est X et qui est Y dans le cas donné ici.
On a :

$$\begin{aligned} X &= 2x \\ Y &= x + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Ainsi on peut résoudre l'équation en utilisant les solutions à connaître par coeur.

$$\begin{aligned} 2x &= x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned} 2x &= -\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ 2x &= -x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ 3x &= -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

On obtient alors :

$$\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}}$$